

Feuille d'exercices n°3

3^{ème} math / sc

Mr :Bouhouch Ameer

Exercice n°1:

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$.

- 1) Déterminer D_f .
- 2) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$ admet au moins une solution $\alpha \in [1 ; 2]$.
- 3) Prouver que α est solution de l'équation $\alpha^2 - 16\alpha + 16 = 0$.et déduire la valeur exacte de α .

Exercice n°2:

Soit f une fonction continue de $[0 ; 1]$ sur $]0 ; 1[$.

On pose $g(x) = f(x) - x$

- 1) Quel est le signe de $g(0), g(1)$?
- 2) En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet au moins une solution dans $]0 ; 1[$.

Application :

Soit la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par : $f(x) = \frac{1+x^2}{2+x}$.

- 1) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet au moins une solution $\alpha \in [0 ; 1]$.
- 2) Prouver que α est solution de l'équation $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$.

Exercice n°3:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1 ; 2\}$ par : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + ax + b}{(x-1)(x-2)}$ où a et b sont 2 réels.

- 1) Déterminer les valeurs de a et b pour que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$.
- 2) On suppose que $a = -1$ et $b = 2$
 - a) Montrer que $f(x) = 4x - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1 ; 2\}$.
 - b) Retrouver la limite de f en 1 et en 2.

Exercice n°4:

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 \sqrt{x-3}$

- 1) déterminer le domaine D de définition de f.
- 2) Etudier la continuité de f sur D.
- 3) a) Montrer que f est strictement croissante sur D.
 - b) En déduire que l'équation $f(x) = 4$ admet une solution unique $\alpha \in [3 ; 4]$.
- 4) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.